

2 × 2 Kontenjans Tablolarında Kikare Bağımsızlık Testleri



Kikare Bağımsızlık Testi



Çapraz tablo biçiminde verilen iki değişkenin alt kategorileri arasında bağımlılık, birlikte değişim olup olmadığını ortaya koymak için uygulanan teste Kikare Bağımsızlık testi adı verilir.

Test edilen hipotezler;

H_0 : “Bağımlılık yoktur”

H_1 : “ Bağımlılık vardır.”

Kikare Bağımsızlık Testinde İstatistiksel Değerlendirme



Eğer $\chi^2_{(sd)} < \chi^2_{0.05, sd}$ ise $P > 0.05^{ns}$ “bağımlılık yoktur”

Eğer $\chi^2_{0.05, sd} \leq \chi^2_{(sd)} < \chi^2_{0.01, sd}$ ise $P < 0.05$ “bağımlılık vardır”

Eğer $\chi^2_{0.01, sd} \leq \chi^2_{(sd)} < \chi^2_{0.001, sd}$ ise $P < 0.01$ “bağımlılık vardır”

Eğer $\chi^2_{(sd)} \geq \chi^2_{0.001, sd}$ ise $P < 0.001$ “bağımlılık vardır”

Kikare Bağımsızlık Testi



Kikare bağımsızlık testi, tablo tipine ve tablo gözelerindeki frekansların teorik değerlerinin büyüklükleri göz önüne alınarak farklı biçimlerde uygulanır

2×2 tablolarında;

Pearson Kikare,

Yates Kikare,

Fisher Kikare testleri

$R \times C$ tablolarında; (R:satır, C:sütun)

Pearson Kikare testi

Kikare Bağımsızlık Testi



2×2 ve R × C tipi çapraz tablolarına bağımsızlık testi uygulamak için öncelikle teorik frekansları (T_{ij}) hesaplamak gerekir.

$$T_{ij} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{R_i \times C_j}{N} = \frac{\text{Satir toplami} \times \text{Sutun toplami}}{\text{Toplam birim sayisi}} \quad i=1, \dots, r; j=1, \dots, c$$

2x2 Kikare Bağımsızlık Testinde Teorik Frekansların Hesaplanması



Değişken I	Değişken II		Toplam
	B ₁	B ₂	
A ₁	a	b	R ₁ =a+b
A ₂	c	d	R ₂ =c+d
Toplam	C ₁ =a+c	C ₂ =b+d	N= a+b+c+d

$$T(a) = a' = \frac{R_1 * C_1}{N}$$

$$T(b) = b' = R_1 - T(a)$$

$$T(c) = c' = C_1 - T(a)$$

$$T(d) = d' = R_2 - T(c) = C_2 - T(b)$$

$$T(a) = a' = \frac{R_1 * C_1}{N}$$

$$T(b) = b' = \frac{R_1 * C_2}{N}$$

$$T(c) = c' = \frac{R_2 * C_1}{N}$$

$$T(d) = d' = \frac{R_2 * C_2}{N}$$

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



Teorik değer, $T_{ij} \geq 25$ ise Pearson Kikare yöntemi ile yapılır.

$$\chi_P^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(G_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}} = \frac{(a * d - b * c)^2 * N}{R_1 * R_2 * C_1 * C_2}$$

$$sd = (r-1)(c-1) = (2-1)(2-1) = 1$$

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



Teorik değer, ($5 \leq T_{ij} < 25$) ise Yates Kikare yöntemi ile yapılır.

$$\chi_Y^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(|G_{ij} - T_{ij}| - 0.5)^2}{T_{ij}} = \frac{(|a \times d - b \times c| - (N/2))^2 \times N}{R_1 \times R_2 \times C_1 \times C_2}$$

$$sd = (r-1)(c-1) = (2-1)(2-1) = 1$$

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



Teorik değer, ($T_{ij} < 5$) ise Fisher Kikare yöntemi ile yapılır.

$$P = \sum_{i=1}^k \frac{R_1! \times R_2! \times C_1! \times C_2!}{N! \times a! \times b! \times c! \times d!}$$

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



Örnek: 1319 çocuk üzerinde yapılan bir araştırmada çocuklarda öksürük öyküsü ile bronşit olup olmaması arasındaki bağımlılık test edilmek isteniyor. Elde edilen veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

	Bronşit (+)	Bronşit (-)
Öksürme (+)	26	44
Öksürme (-)	247	1002

H_0 : Öksürük öyküsü ile bronşit arasında bağımlılık yoktur.

H_1 : Öksürük öyküsü ile bronşit arasında bağımlılık vardır.

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



oksurme * bronsit Crosstabulation

			bronsit		Total
			bronsit (+)	bronsit (-)	
oksurme	oksurme (+)	Count	26	44	70
		Expected Count	14,5	55,5	70,0
	oksurme (-)	Count	247	1002	1249
		Expected Count	258,5	990,5	1249,0
Total		Count	273	1046	1319
		Expected Count	273,0	1046,0	1319,0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	12,180 ^a	1	,000		
Continuity Correction ^b	11,145	1	,001		
Likelihood Ratio	10,609	1	,001		
Fisher's Exact Test				,001	,001
Linear-by-Linear Association	12,171	1	,000		
N of Valid Cases	1319				

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 14,49.

b. Computed only for a 2x2 table

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



$$\chi_Y^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(|G_{ij} - T_{ij}| - 0.5)^2}{T_{ij}} = \frac{(|26 - 14.5| - 0.5)^2}{14.5} + \dots + \frac{(|1002 - 990.5| - 0.5)^2}{990.5} = 11.145$$

Analiz sonucunda en küçük teorik değer 14.49 olduğundan Yates

kikare (Continuity Correction) test sonucunu kullanmamız gerekmektedir.

Test istatistiği: $\chi^2=11.145$ sd=1 P=0.001

Yorum: Öksürük öyküsü ile bronşit arasında bağımlılık vardır

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



Eğer veriler aşağıdaki şekilde elde edilmiş olsaydı hangi analiz yöntemini kullanmamız gerekir?

	Bronşit (+)	Bronşit (-)
Öksürme (+)	83	44
Öksürme (-)	190	1002

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



oksurme * bronsit Crosstabulation

			bronsit		Total
			bronsit (+)	bronsit (-)	
oksurme	oksurme (+)	Count	83	44	127
		Expected Count	26,3	100,7	127,0
	oksurme (-)	Count	190	1002	1192
		Expected Count	246,7	945,3	1192,0
Total		Count	273	1046	1319
		Expected Count	273,0	1046,0	1319,0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	170,743 ^a	1	,000		
Continuity Correction ^b	167,746	1	,000		
Likelihood Ratio	135,503	1	,000		
Fisher's Exact Test				,000	,000
Linear-by-Linear Association	170,614	1	,000		
N of Valid Cases	1319				

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 26,29.

b. Computed only for a 2x2 table

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



$$\chi_P^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(G_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}} = \frac{(83 - 26.3)^2}{26.3} + \dots + \frac{(100.2 - 945.3)^2}{945.3} = 170.173$$

Analiz sonucunda en küçük teorik değer 26.29 olduğundan Pearson kikare test sonucunu kullanmamız gerekmektedir

Test istatistiği: $\chi^2=170.173$ sd=1 P<0.001

Yorum: Öksürük öyküsü ile bronşit arasında bağımlılık vardır

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



Eğer veriler aşağıdaki şekilde elde edilmiş olsaydı hangi analiz yöntemini kullanmamız gerekir?

	Bronşit (+)	Bronşit (-)
Öksürme (+)	3	2
Öksürme (-)	5	35

$$\chi_F^2 = P = \sum_{i=1}^k \frac{R_1! \times R_2! \times C_1! \times C_2!}{N! \times a! \times b! \times c! \times d!}$$

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



Okurme ^ Bronsit Crosstabulation

			Bronsit		Total
			Bronsit (+)	Bronsit (-)	
Okurme	Okurme (+)	Count	3	2	5
		Expected Count	.9	4.1	5.0
	Okurme (-)	Count	7	35	40
		Expected Count	7.1	32.9	40.0
Total	Count		8	37	45
	Expected Count		8.0	37.0	45.0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	6.860 ^b	1	.009		
Continuity Correction ^a	3.995	1	.046		
Likelihood Ratio	5.249	1	.022		
Fisher's Exact Test				.033	.033
Linear-by-Linear Association	6.708	1	.010		
N of Valid Cases	45				

a. Computed only for a 2x2 table

b. 2 cells (50.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is .

89.

2x2 Kikare Bağımsızlık Testi



Analiz sonucunda en küçük teorik değer 0.89 olduğundan Fisher's Exact sonucunu kullanmamız gerekmektedir.

Test istatistiği: $p=0.033$

Yorum: Öksürük öyküsü ile bronşit arasında bağımlılık vardır

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



X ve Y değişkenlerinin alt kategorilerinin R × C biçiminde çapraz tablo biçiminde gösterildiği tablolarda bağımlılığını test etmek için Pearson kikare testinden yararlanır.

H₀: Bağımlılık yoktur

H₁: Bağımlılık vardır.

$$\chi_P^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(G_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}}$$

$$sd=(r-1)(c-1)$$

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



	<i>j</i>			
<i>i</i>	1	2	...	<i>c</i>
1	n_{11}	n_{12}	...	n_{1c}
2	n_{21}	n_{22}	...	n_{2c}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<i>r</i>	n_{r1}	n_{r2}	...	n_{rc}

$$\chi_P^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(G_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}} \quad \text{sd}=(r-1)(c-1)$$

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



Eğer 5'ten küçük teorik değer içeren göz sayısı toplam göz sayısının %20'sinden daha fazla ise;

- Uygun satır sütun birleştirmesi ya da
- Pearson Exact Kikare analizi

yapılır.

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



Örnek: 12 yaş çocuklarda sigara içme alışkanlığı ile ebeveynlerinin sigara içme alışkanlığı arasındaki bağımlılığı test etmek amacıyla 2847 çocukta ve ebeveynleri üzerinde bir araştırma yapılmıştır. Elde edilen veriler tabloda verilmiştir.

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



	Ebeveynler		
Çocuk	İkisi de içmiyor	Biri içiyor	İkisi de içiyor
Hiç içmiyor	480	432	391
Günde bir adet	256	393	327
Günde beş adet	90	147	159
Günde beşten fazla	22	59	91

H_0 : Çocuk ve ebeveynlerin sigara içme alışkanlığı arasında bağımlılık yoktur

H_1 : Çocuk ve ebeveynlerin sigara içme alışkanlığı arasında bağımlılık vardır

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



cocuk * ebeveyn Crosstabulation

		ebeveyn			Total	
		ikiside icmiyor	biri iciyor	ikiside iciyor		
cocuk	hic icmiyor	Count	480	432	391	1303
		Expected Count	388.1	471.9	443.0	1303.0
	gunde bir adet	Count	256	393	327	976
		Expected Count	290.7	353.4	331.8	976.0
	gunde bes adet	Count	90	147	159	396
		Expected Count	118.0	143.4	134.6	396.0
	gunde besten fazla	Count	22	59	91	172
		Expected Count	51.2	62.3	58.5	172.0
Total		Count	848	1031	968	2847
		Expected Count	848.0	1031.0	968.0	2847.0

$$\chi_P^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(G_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}} = \frac{(480 - 388.1)^2}{388.1} + \frac{(432 - 471.9)^2}{471.9} + \dots + \frac{(91 - 58.5)^2}{58.5}$$

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	85.931 ^a	6	.000
Likelihood Ratio	87.062	6	.000
Linear-by-Linear Association	70.598	1	.000
N of Valid Cases	2847		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 51.23.

Burada kullanılacak yöntem Pearson kikare analizidir. R × C tablolarında teorik değeri beşten küçük göze sayısı, toplam göze sayısının %20'sinden az olması gerekmektedir.

$$\chi^2=85.931, sd=6, p<0.001$$

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



Örnek: Kateterizasyon süresinin (gün) kateter enfeksiyonlarla ilişkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapılmıştır. Enfeksiyon kültürde birincil plak üzerinde ortaya çıkan mikroorganizma sayısı 15 ve üzeri ise pozitif olarak kabul edilmiştir. Kültür ve kateterizasyon süresini gösteren sonuçlar tabloda verilmiştir. Kateterizasyon süresi (gün) ile kateter enfeksiyonu arasında bağımlılık olup olmadığını gösteriniz?

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



Tablo: Kültür ve kateter sonuçlarının ilişkisi

Kültür	Kateterizasyon süresi (gün)				Topla m
	1	2	3	≥4	
Pozitif ^a	1 ^b	5	5	14	25
Negatif	46	64	39	76	225
Toplam	47	69	44	90	250

Kaynak: Data from Maki et al. (1977).

^a Kültür birinci plaka üzerinde koloni 15 ve üzeri ise pozitifdir.

^b Tablodaki sayılar kateter sayılarıdır.

H_0 : Kateterizasyon süresi ile kültür(kateter enfeksiyon) arasında bağımlılık yoktur

H_1 : Kateterizasyon süresi ile kültür (kateter enfeksiyon) arasında bağımlılık vardır

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



kültür * kateterizasyon_süresi Crosstabulation

		kateterizasyon_süresi				Total	
		1	2	3	>=4		
kültür	pozitif	Count	1	5	5	14	25
	Expected Count	4,7	6,9	4,4	9,0	25,0	
	negatif	Count	46	64	39	76	225
	Expected Count	42,3	62,1	39,6	81,0	225,0	
Total	Count	47	69	44	90	250	
	Expected Count	47,0	69,0	44,0	90,0	250,0	

5'den küçük teorik değer içeren göz sayısı 2 ve toplam göz sayısı 8'dir.

$$2/8=0.25$$

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	6.995 ^a	3	.072
Likelihood Ratio	8,030	3	,045
Linear-by-Linear Association	6,949	1	,008
N of Valid Cases	250		

a 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 4,40.

$$\chi^2=6.995$$

$$sd=3$$

$$p=0.072$$

Yanlış olasılık değeridir

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



5'ten küçük teorik değer oranı= $2/8=0.25>0.20$

Eğer 5'ten küçük teorik değer içeren göz sayısı toplam göz sayısının %20'sinden daha fazla ise Pearson Exact kikare analizi yapılır

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



kültür * kateterizasyon_süresi Crosstabulation

			kateterizasyon_süresi				Total
			1	2	3	>=4	
kültür	pozitif	Count	1	5	5	14	25
		Expected Count	4,7	6,9	4,4	9,0	25,0
	negatif	Count	46	64	39	76	225
		Expected Count	42,3	62,1	39,6	81,0	225,0
Total		Count	47	69	44	90	250
		Expected Count	47,0	69,0	44,0	90,0	250,0

$$\chi_P^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(G_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}} = \frac{(1 - 4.7)^2}{4.7} + \frac{(5 - 6.9)^2}{6.9} + \dots + \frac{(76 - 81)^2}{81}$$

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)	Point Probability
Pearson Chi-Square	6,995 ^a	3	,072	,070		
Likelihood Ratio	8,030	3	,045	,052		
Fisher's Exact Test	7,000			,065		
Linear-by-Linear Association	6,949 ^b	1	,008	,009	,005	,002
N of Valid Cases	250					

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 4,40.

$$\chi^2=6.995 \quad sd=3$$

$$p=0.070$$

Doğru olasılık değeridir

Yorum: Kateterizasyon süresi (gün) ile kültür (kateter enfeksiyon) arasında bağımlılık yoktur

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



Örnek: Bir spor hekiminin aynı sakatlık nedeni ile kendisine başvuran 314 sporcudan bir bölümünü A, bir bölümünü B ve bir bölümünü de C gibi üç farklı ilaç yardımıyla tedavi ettiğini ve ilaçların etkinliğini ‘tedaviden 1 ay sonraki iyileşme miktarları’ ile belirlemiştir. Elde edilen veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

	İyileşme Miktarı		
İlaçlar	Çok	İyi	Orta
A	84	20	3
B	81	30	0
C	55	35	6

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



ilaclar * iyilesme_miktari Crosstabulation

			iyilesme_miktari			Total
			Çok	Orta	Az	
ilaclar	A	Count	84	20	3	107
		Expected Count	75.0	29.0	3.1	107.0
	B	Count	81	30	0	111
		Expected Count	77.8	30.0	3.2	111.0
	C	Count	55	35	6	96
		Expected Count	67.3	26.0	2.8	96.0
Total		Count	220	85	9	314
		Expected Count	220.0	85.0	9.0	314.0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	16.376 ^a	4	.003
Likelihood Ratio	18.719	4	.001
Linear-by-Linear Association	10.726	1	.001
N of Valid Cases	314		

a. 3 cells (33.3%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2.75.

5'ten küçük teorik değer oranı=3/9=0.335>0.20

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



Burada kullanılacak yöntem Pearson kikare analizidir. R × C tablolarında teorik değeri beşten küçük göze sayısı toplam göze sayısının %20'sinden fazladır. Bu örnekte “*3 cells (33.3%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2.75*” ifadesi olduğunu göstermektedir ($\chi^2=16.375$, $sd=4$, $P=0.003$). Yanlış bir sonuçtur.

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



	İyileşme Miktarı		
İlaçlar	Çok	İyi	Orta
A	84	20	3
B	81	30	0
C	55	35	6

	İyileşme Miktarı	
İlaçlar	Çok	İyi+Orta
A	84	23
B	81	30
C	55	41

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



ilaclar * iyilesme_miktari Crosstabulation

			iyilesme_miktari		Total
			Çok	Orta+Az	
ilaclar	A	Count	84	23	107
		Expected Count	75.0	32.0	107.0
	B	Count	81	30	111
		Expected Count	77.8	33.2	111.0
	C	Count	55	41	96
		Expected Count	67.3	28.7	96.0
Total		Count	220	94	314
		Expected Count	220.0	94.0	314.0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	11.549 ^a	2	.003
Likelihood Ratio	11.329	2	.003
Linear-by-Linear Association	10.635	1	.001
N of Valid Cases	314		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 28.74.

R × C Kikare Bağımsızlık Testi



Burada kullanılacak yöntem Pearson kikare analizidir. R × C tablolarında teorik değeri beşten küçük göze sayısı toplam göze sayısının %20'sinden fazladır. Bu örnekte “0 cells (0.00%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 28.74” ifadesi olduğunu göstermektedir ($\chi^2=11.549$, sd=2, P=0.003). Doğru bir sonuçtur.