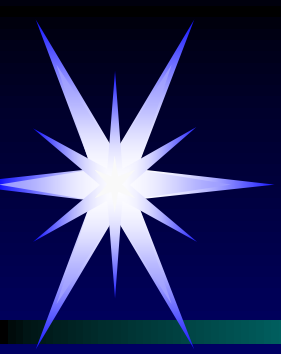


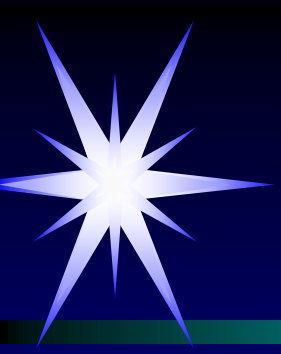
İKİ YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ

(k Bağımlı Grupta Ortalamaların Testi)



İki Yönlü Varyans Analizi, **bağımlı k-grup deneme** düzenlerinden elde edilen verilerin analizini yapan bir yöntemdir.

k bağımlı gruptaki deneme, **işlem (treatment)** ortalamalarının farklılığını test etmek için **İki Yönlü ANOVA** uygulanır.



İki faktörlü bağımlı denemelerinde genel değişim

üç bileşene ayrılır:

1- İşlemler (Treatment) arası değişim

2- Birimler (Blok) arası değişim

3- Deneysel hata



İki yönlü varyans analizi uygulanacak verilerin;

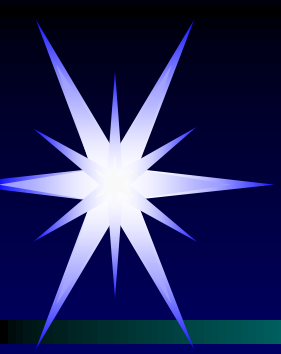
Birimlere göre Bloklar Toplamı (BT),

İşlemlere göre İşlem Toplamı (TT)

Genel Toplam (GT)

elde edilir.

Her işlemin ortalaması, standart sapması ve standart hatası bulunur.



Genel Kareler Toplamı (GKT)

İşlemler Arası Kareler Toplamı (TAKT)

Birimler Arası Kareler Toplamı (BAKT)

Hata Kareler Toplamı (HKT)

$$N=b*t$$

b:birim (blok) sayısı

t: işlem (treatment) sayısı



Genel Kareler Toplamı (GKT)

$$\mathbf{GKT} = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^t \mathbf{X}_{ij}^2 - \mathbf{DT}$$

$$\mathbf{GT} = \mathbf{T}_{..} = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^t \mathbf{X}_{ij} \quad \mathbf{DT} = (\mathbf{GT})^2 / \mathbf{N}$$



$$\mathbf{TT}_i = \sum_{i=1}^b \mathbf{X}_{i.} \quad \mathbf{BT}_j = \sum_{j=1}^t \mathbf{X}_{.j}$$

İşlemler Arası Kareler Toplamı (TAKT)

$$\mathbf{TAKT} = \sum_{j=1}^t \frac{(\mathbf{TT}_i)^2}{b} - \mathbf{DT}$$

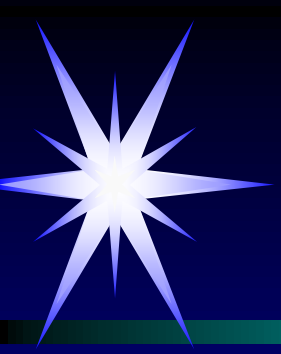
Birimler Arası Kareler Toplamı (BAKT)

$$\mathbf{BAKT} = \sum_{i=1}^b \frac{(\mathbf{BT}_j)^2}{t} - \mathbf{DT}$$



Hata Kareler Toplamı (HKT)

$$\mathbf{HKT = GKT - (BAKT + TAKT)}$$

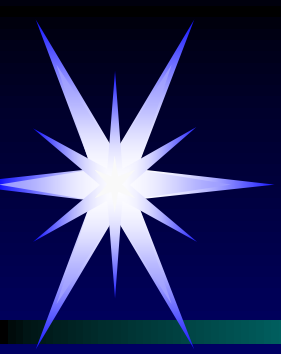


Blokların ve İşlemlerin önemliliğini belirlemek için

Kareler ortalaması bulunur.

Bu amaçla değişim kaynaklarına göre serbestlik

dereceleri hesaplanır.

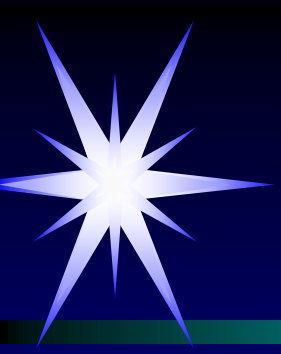


Genel Serbestlik Derecesi (GSD) = $N - 1$

Birimler Serbestlik Derecesi (BSD) = $b - 1$

İşlemler Serbestlik Derecesi (TSD) = $t - 1$

Hata Serbestlik Derecesi (HSD) = $GSD - (BSD + TSD)$



Değişim kaynaklarına göre varyans tahminleri olan kare ortalamaları (KO) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\text{BAKO} = \text{BAKT} / \text{BSD}$$

$$\text{TAKO} = \text{TAKT} / \text{TSD}$$

$$\text{HKO} = \text{HKO} / \text{HSD}$$



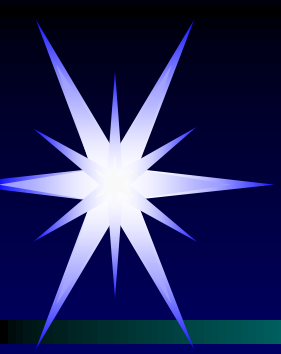
F değerleri varyans oranlarıdır ve F dağılımı gösterirler.

F_1 değeri birimlerin önemliliğini,
 F_2 değeri işlemlerin önemliliğini

gösterir.

$$F_1 = \text{BAKO} / \text{HKO}$$

$$F_2 = \text{TAKO} / \text{HKO}$$



F_1 test istatistiği,

$$sd_1 = bsd \text{ ve } sd_2 = hsd$$

F_2 test istatistiği,

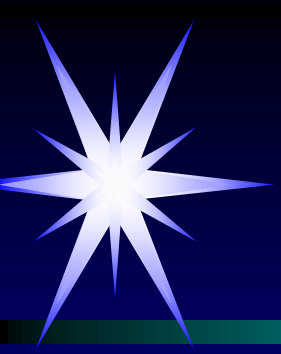
$$sd_1 = tsd \text{ ve } sd_2 = hsd$$

serbestlik dereceli teorik F dağılımının α yanılma payına göre kritik değerleri ile karşılaştırılarak önemlilik düzeyleri belirlenir.



İki Yönlü Varyans Analizi Tablosu

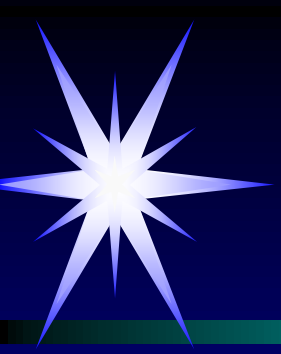
Değişim Kaynağı (DK)	Serbestlik Derecesi (sd)	Kareler Toplamı (KT)	Kareler Ortalaması (KO)	F test istatistiği (F)	Olasılık Düzeyi (P)
Birimler Arası	bsd	BAKT	BAKO	$F_1 = \text{BAKO} / \text{HKO}$?
İşlemler Arası	tsd	TAKT	TAKO	$F_2 = \text{TAKO} / \text{HKO}$?
Hata	hsd	HKT	HKO	---	--
Genel	gsd	GKT	---	---	---



Örnek : Bir ilaç firması yeni bir serum türü geliştirmektedir. Firmanın bu serumu geliştirmesinin amacı vücut ısısı yüksek olan hastalara serum verildiği zaman ayrı bir ilaç verilmeden vücut ısılarının düşürülmesidir. Denemeye alınan 5 hastanın vücut ısıları aşağıda verilmiştir. Aşağıdaki verilere göre firma amacına ulaşmakta mıdır? (veriler varsayımsaldır)



ÖLÇÜM ZAMANI	HASTALAR				
	1	2	3	4	5
serumdan önce	39.65	40.00	40.20	39.55	39.75
20 dakika sonra	39.65	39.80	39.90	39.28	39.75
40 dakika sonra	39.58	39.80	39.95	39.27	39.65
1 saat sonra	39.55	40.00	39.92	39.26	39.65



			hastalar				
islem	1	2	3	4	5	toplam	kt
1	39.65	40	40.2	39.55	39.75	199.15	7932.43
2	39.65	39.8	39.9	39.28	39.75	198.38	7871.15
3	39.58	39.8	39.95	39.27	39.65	198.25	7860.87
4	39.55	40	39.92	39.26	39.65	198.38	7871.27
toplam	158.43	159.6	159.97	157.36	158.8	794.16	31535.72



$$DT = (794.16)^2 / 20 = 31534.51$$

$$\begin{aligned} GKT &= (39.65^2 + 40^2 + 40.2^2 + \dots + 39.26^2 + 39.65^2) - DT \\ &= 31535.74 - 31534.51 \\ &= 1.23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BAKT &= ((158.43^2 + 159.6^2 + 159.97^2 + 157.36^2 + 158.8^2) / 4) - DT \\ &= 31535.56 - 31534.51 \\ &= 1.054 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{TAKT} &= ((199.15^2+198.38^2+198.25^2+198.38^2)/5) - \text{DT} \\ &= 31534.61 - 31534.51 \\ &= 0.101\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{HKT} &= 1.23 - (1.054+0.101) \\ &= 0.075\end{aligned}$$

$$\text{gsd} = 20-1 = 19$$

$$\text{bsd} = 5-1 = 4$$

$$\text{tsd} = 4-1 = 3$$

$$\text{hsd} = 20-5-4+1 = 12$$



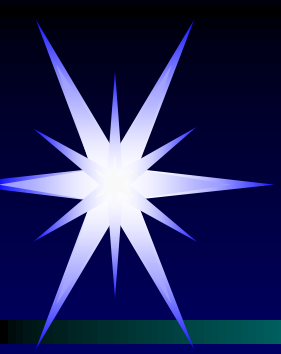
$$\mathbf{BKO} = 1.05357 / 4 = 0.2633925$$

$$\mathbf{TKO} = 0.10148 / 3 = 0.0338267$$

$$\mathbf{HKO} = 0.05495 / 12 = 0.00457917$$

$$\mathbf{F}_1 = 0.2633925 / 0.00457917 = 57.5197$$

$$\mathbf{F}_2 = 0.0338267 / 0.0457917 = 7.3871$$



Varyans Analizi Tablosu

Değişim Kaynağı (DK)	Serbestlik Derecesi (sd)	Kareler Toplamı (KT)	Kareler Ortalaması (KO)	F test istatistiği (F)	Olasılık Düzeyi (P)
Birimler Arası	4	1.054	0.263	42.787	$P < 0.001^{***}$
İşlemler Arası	3	0.101	0.034	5.495	$P < 0.05^*$
Hata	12	0.074	0.006	---	--
Genel	19	1.229	---	---	---



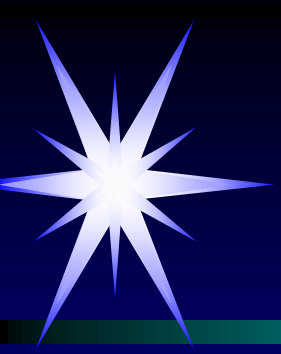
Test Kalıbı $F_{4;12} = 42.79$ $P < 0.001^{***}$

$F_{3;12} = 5.50$ $P < 0.05^*$

$F_{4;12}$ (tablo) = 3.26 5.41 9.63

$F_{3;12}$ (tablo) = 3.49 5.95 10.80


Yorum: Hastalar arasında çok ileri düzeyde önemli farklılık vardır. İşlemler arasında önemli düzeyde farklılık vardır.



İşlem ortalamaları arasında fark bulunduğundan hangi işlem ortalamasının diğerinden farklı olduğunu Tukey Çoklu karşılaştırma testi ile bulunur. Ortak varyans HKO'nun blok sayısına bölünmesi ile bulunur.

$$S_{\bar{X}} = \sqrt{\text{HKO} / b} = \sqrt{0.00457917 / 5} = 0.030262749$$

Q tablo değeri HSD ve işlem sayısına göre tablodan $Q_{12;4}=4.20$ olarak bulunur.

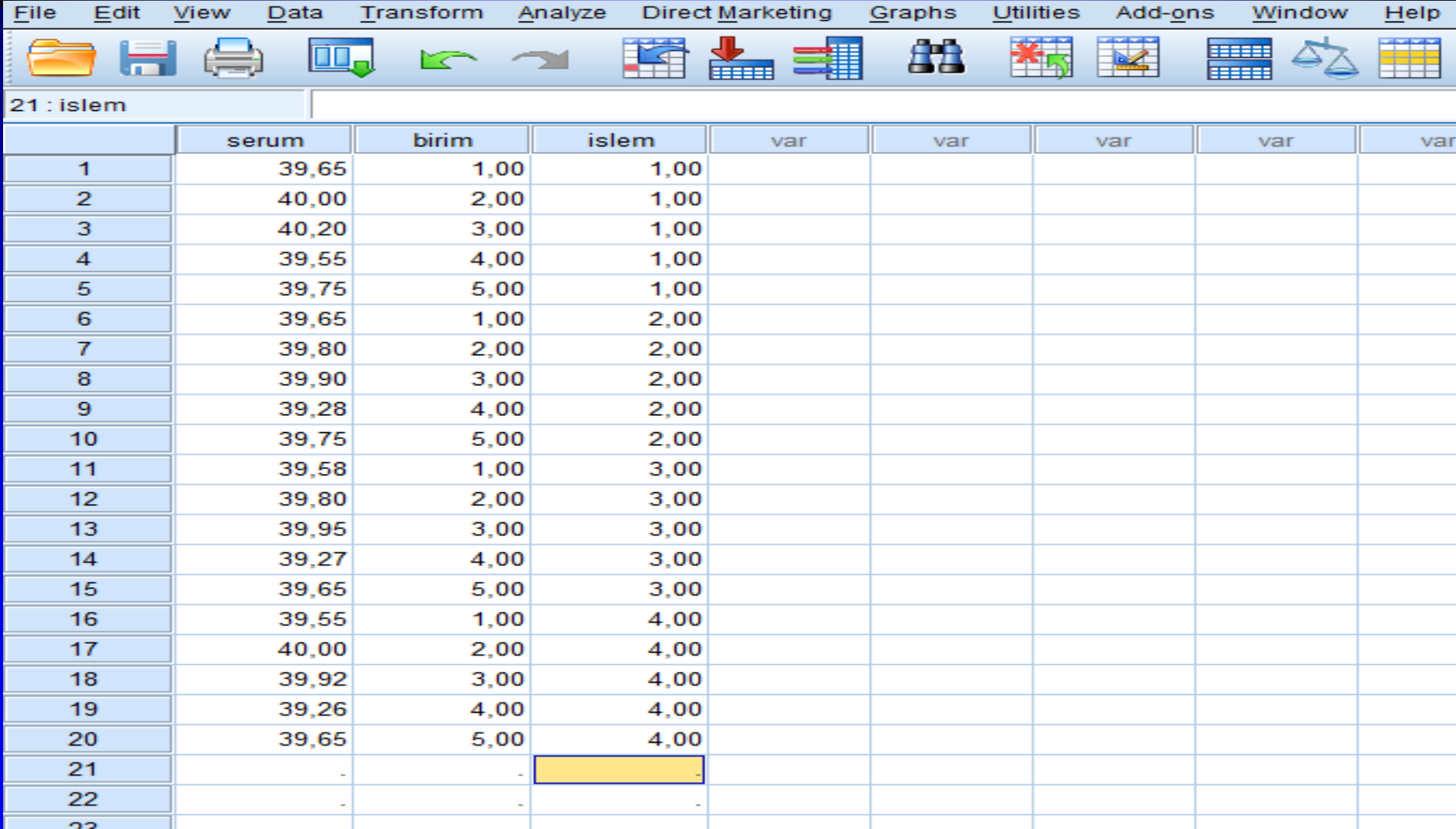

$$D = Q * S_{\bar{x}} = 4.20 * 0.030262749 = 0.1271$$

İşlem	b	Ortalama	Gruplandırma
3	5	39.65	A
2	5	39.68	A
4	5	39.68	A
1	5	39.83	B

1. işlem 2., 3. ve 4. işlemden farklıdır.

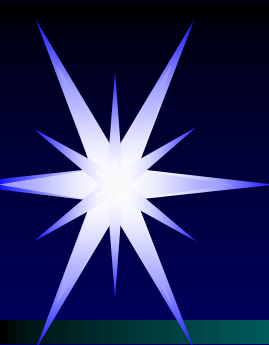
2., 3. ve 4. işlemler arasında fark yoktur.

Örneğin Veri Girişi



21 : islem

	serum	birim	islem	var	var	var	var	var
1	39,65	1,00	1,00					
2	40,00	2,00	1,00					
3	40,20	3,00	1,00					
4	39,55	4,00	1,00					
5	39,75	5,00	1,00					
6	39,65	1,00	2,00					
7	39,80	2,00	2,00					
8	39,90	3,00	2,00					
9	39,28	4,00	2,00					
10	39,75	5,00	2,00					
11	39,58	1,00	3,00					
12	39,80	2,00	3,00					
13	39,95	3,00	3,00					
14	39,27	4,00	3,00					
15	39,65	5,00	3,00					
16	39,55	1,00	4,00					
17	40,00	2,00	4,00					
18	39,92	3,00	4,00					
19	39,26	4,00	4,00					
20	39,65	5,00	4,00					
21	-	-	-					
22	-	-	-					
23	-	-	-					



SPSS Statistics Data Editor

File Edit View Data Transform **Analyze** Direct Marketing Graphs Utilities Add-ons Window Help

Reports
Descriptive Statistics
Tables
Compare Means
General Linear Model
Generalized Linear Models
Mixed Models
Correlate
Regression
Loglinear
Neural Networks
Classify
Dimension Reduction
Scale
Nonparametric Tests
Forecasting
Survival
Multiple Response
Missing Value Analysis...
Multiple Imputation
Complex Samples
Quality Control
ROC Curve...

Univariate...
Multivariate...
Repeated Measures...
Variance Components...

	OLCUM_Z	BİRİM
1	39,65	
2	40,00	
3	40,20	
4	39,55	
5	39,75	
6	39,65	
7	39,80	
8	39,90	
9	39,28	
10	39,75	
11	39,58	
12	39,80	
13	39,95	
14	39,27	
15	39,65	
16	39,55	
17	40,00	
18	39,92	
19	39,26	
20	39,65	
21		
22		



*Untitled1 [DataSet0] - PASW Statistics Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Direct Marketing Graphs Utilities Add-ons Window Help

	OLCUM_Z	BİRİM	İSLEM	var	var	var	var	var	var	var	var	var
1	39,65	1	1									
2	40,00	2	1									
3	40,20	3	1									
4	39,55	4	1									
5	39,75	5	1									
6	39,65	1	2									
7	39,80	2	2									
8	39,90	3	2									
9	39,28	4	2									
10	39,75	5	2									
11	39,58	1	3									
12	39,80	2	3									
13	39,95	3	3									
14	39,27	4	3									
15	39,65	5	3									
16	39,55	1	4									
17	40,00	2	4									
18	39,92	3	4									
19	39,26	4	4									
20	39,65	5	4									
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												

Univariate

Dependent Variable: OLCUM_Z

Fixed Factor(s): BİRİM, İSLEM

Random Factor(s):

Covariate(s):

WLS Weight:

Model...
Contrasts...
Plots...
Post Hoc...
Save...
Options...
Bootstrap...

OK Paste Reset Cancel Help



Untitled1 [DataSet0] - PASW Statistics Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Direct Marketing Graphs Utilities Add-ons Window Help

	OLCUM_Z	BİRİM	İSLEM	var	var	var	var	var	var	var	var
1	39,65	1	1								
2	40,00	2	1								
3	40,20	3	1								
4	39,55	4	1								
5	39,75	5	1								
6	39,65	1	2								
7	39,80	2	2								
8	39,90	3	2								
9	39,28	4	2								
10	39,75	5	2								
11	39,58	1	3								
12	39,80	2	3								
13	39,95	3	3								
14	39,27	4	3								
15	39,65	5	3								
16	39,55	1	4								
17	40,00	2	4								
18	39,92	3	4								
19	39,26	4	4								
20	39,65	5	4								
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29											

Univariate: Post Hoc Multiple Comparisons for Observed Means

Factor(s):
BİRİM
İSLEM

Post Hoc Tests for:
İSLEM

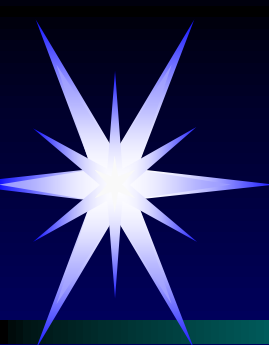
Equal Variances Assumed

- LSD
- Bonferroni
- Sidak
- Scheffe
- R-E-G-W-F
- R-E-G-W-Q
- S-N-K
- Tukey
- Tukey's-b
- Duncan
- Hochberg's GT2
- Gabriel
- Waller-Duncan
- Type I/Type II Error Ratio: 100
- Dunnett
- Control Category: Last
- Test:
 2-sided < Control > Control

Equal Variances Not Assumed

- Tamhane's T2
- Dunnett's T3
- Games-Howell
- Dunnett's C

Continue Cancel Help



*Untitled1 [DataSet0] - PASW Statistics Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Direct Marketing Graphs Utilities Add-ons Window Help



	OLCUM_Z	BIRIM	ISLEM	var	var	var	var	var	var	var	var	var
1	39,65	1	1									
2	40,00	2	1									
3	40,20	3	1									
4	39,55	4	1									
5	39,75	5	1									
6	39,65	1	2									
7	39,80	2	2									
8	39,90	3	2									
9	39,28	4	2									
10	39,75	5	2									
11	39,58	1	3									
12	39,80	2	3									
13	39,95	3	3									
14	39,27	4	3									
15	39,65	5	3									
16	39,55	1	4									
17	40,00	2	4									
18	39,92	3	4									
19	39,26	4	4									
20	39,65	5	4									
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												

Univariate: Model

Specify Model

Full factorial Custom

Factors & Covariates:

- BIRIM
- ISLEM

Model:

- BIRIM
- ISLEM

Build Term(s)

Type: Main effects

Sum of squares: Type III

Include intercept in model

Continue Cancel Help



Output

- Log
- Univariate Analysis of Variance
 - Title
 - Notes
 - Active Dataset
 - Between-Subjects
 - Tests of Between-Subjects Effects
 - Post Hoc Tests
 - Title
 - ISLEM
 - Title
 - Multiple Comparisons
 - Homogeneous Subsets
 - Title
 - OLCUM_Z

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: OLCUM_Z

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	1,155 ^a	7	,165	26,805	,000
Intercept	31534,505	1	31534,505	5122702,902	,000
BIRIM	1,054	4	,263	42,787	,000
ISLEM	,101	3	,034	5,495	,013
Error	,074	12	,006		
Total	31535,734	20			
Corrected Total	1,229	19			

a. R Squared = ,940 (Adjusted R Squared = ,905)

Post Hoc Tests

ISLEM

Multiple Comparisons

Dependent Variable: OLCUM_Z

Tukey HSD

(I) ISLEM	(J) ISLEM	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1,00	2,00	,1540*	,04962	,040	,0067	,3013
	3,00	,1800*	,04962	,016	,0327	,3273
	4,00	,1540*	,04962	,040	,0067	,3013
2,00	1,00	-,1540*	,04962	,040	-,3013	-,0067
	3,00	,0260	,04962	,952	-,1213	,1733
	4,00	,0000	,04962	1,000	-,1473	,1473
3,00	1,00	-,1800*	,04962	,016	-,3273	-,0327
	2,00	-,0260	,04962	,952	-,1733	,1213
	4,00	-,0260	,04962	,952	-,1733	,1213
4,00	1,00	-,1540*	,04962	,040	-,3013	-,0067
	2,00	,0000	,04962	1,000	-,1473	,1473
	3,00	,0260	,04962	,952	-,1213	,1733

Based on observed means.

The error term is Mean Square(Error) = ,006.

*. The mean difference is significant at the 0,05 level.

Homogeneous Subsets

OLCUM_Z